

Н. Г. Миндюк
И. С. Шлыкова

Рабочая тетрадь АЛГЕБРА

КЛАСС

9

$$y = 2x^2$$

$$y_n = n$$

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

$$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Часть 1


ПРОСВЕЩЕНИЕ
ИЗДАТЕЛЬСТВО

Н. Г. Миндюк
И. С. Шлыкова

АЛГЕБРА

Рабочая
тетрадь

9

КЛАСС

Пособие для учащихся
общеобразовательных
организаций

В двух частях

Часть 1

2-е издание

Москва
«Просвещение»
2014

УДК 373.167.1:512
ББК 22.14я72
М61

Рабочая тетрадь является частью учебно-методического комплекта по алгебре авторов Ю. Н. Макарычева, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешкова, С. В. Суворовой под редакцией С. А. Теляковского.

ISBN 978-5-09-031719-1 (1)
ISBN 978-5-09-031720-7 (общ.)

© Издательство «Просвещение», 2013
© Художественное оформление.
Издательство «Просвещение», 2013
Все права защищены

Предисловие

Данная работа является дополнением к учебнику «Алгебра, 9» авторов Ю. Н. Макарычева, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешкова, С. Б. Суворовой, под редакцией С. А. Теляковского (15-е, доработанное, и последующие издания).

В рабочую тетрадь входит 30 работ, составленных ко всем пунктам учебника, за исключением дополнительных пунктов под рубрикой «Для тех, кто хочет знать больше». Каждая работа состоит из двух разделов, помеченных цифрами I и II. В первом разделе содержатся несложные задания, способствующие усвоению вводимых понятий и алгоритмов, формированию фундаментальных умений, установлению связей нового материала с ранее изученным. Во второй раздел включены более сложные задания, решение многих из которых требует свободного владения сформированными знаниями и умениями, проявления интеллектуальной гибкости и подвижности.

Представленные в рабочей тетради упражнения разнообразны по форме предъявления. Учащимся предлагается закончить начатое решение, установить некоторое соответствие, проиллюстрировав его с помощью стрелок, выбрать верный ответ, обведя кружком соответствующий номер, и т. п. Наличие подготовленных таблиц, вычерченной системы координат, некоторых пояснений к составлению уравнений или систем уравнений и т. п. создаёт предпосылки для интенсификации учебного процесса.

Рабочая тетрадь предоставляет широкие возможности для организации работы учащихся в классе и дома.

**1. ФУНКЦИЯ. ОБЛАСТЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ
И ОБЛАСТЬ ЗНАЧЕНИЙ ФУНКЦИИ**

Принятые обозначения:

$D(y)$ — область определения функции $y = f(x)$,

$E(y)$ — область значений функции $y = f(x)$.

I

1. Функция задана формулой $f(x) = -4x^2 + 13$. Найдите:

а) $f(5) = \dots\dots\dots$

б) $f(-3) = \dots\dots\dots$

в) $f(0) = \dots\dots\dots$

г) $f(-0,1) = \dots\dots\dots$

д) $f\left(\frac{1}{4}\right) = \dots\dots\dots$

е) $f\left(1\frac{1}{2}\right) = \dots\dots\dots$

2. Функция задана формулой $g(x) = 2x^2 - 3x + 1$. Найдите:

$$g(-3) + g(1) = 2 \cdot (-3)^2 - 3(-3) + 1 + 2 - 3 + 1 = 28$$

а) $g(0) + g(2) = \dots\dots\dots$

б) $g(1) + g(-1) = \dots\dots\dots$

в) $g(-2) - g(0) = \dots\dots\dots$

3. Найдите значение x , при котором функция, заданная формулой $\varphi(x) = 1,5x + 2$, принимает значение, равное:

а) 3,5; б) -7; в) 0; г) -5,5; д) 22,5; е) -0,5.

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ответ: а) б) в)
г) д) е)

4. Известно, что $f(x) = kx + b$, причём $f(3) = 7$ и $f(-1) = -5$. Найдите значения k и b .

.....
.....
.....
.....

Ответ: $k =$ $b =$

5. Из точек $A(-80; 0)$; $B(0,2; -0,2)$; $C\left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$; $D(0; 16)$; $E\left(\frac{1}{2}; 0,5\right)$; $O(0; 0)$; $F(0,1; 0)$; $G(6; -6)$; $H(2; 2)$; $K(0; 200)$; $L(-4; -4)$ выберите те, которые принадлежат:

а) оси x :

б) оси y :

в) биссектрисам I и III координатных углов:

г) биссектрисам II и IV координатных углов:

6. На рисунке изображён график функции $f(x)$, определённой на отрезке $[-6; 7]$. Используя график, закончите запись:

а) $f(-2) = \dots\dots\dots$

$f(1) = \dots\dots\dots$

$f(-3) = \dots\dots\dots$

$f(6) = \dots\dots\dots$

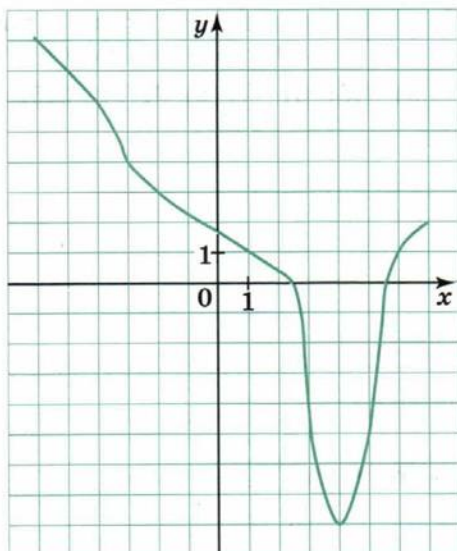
б) $f(x) = 2$ при $x = \dots\dots\dots$

$f(x) = 6$ при $x = \dots\dots\dots$

$f(x) = 0$ при $x = \dots\dots\dots$

$f(x) = -5$ при $x = \dots\dots\dots$

в) область значений функции $\dots\dots\dots$



7. Заполните таблицу.

Функция	$D(y)$	$E(y)$
$y = 2x^2$	$(-\infty; +\infty)$	$[0; +\infty)$
$y = -\frac{x}{5}$		
$y = \sqrt{x}$		
$y = 4 x $		
$y = \sqrt{\frac{3-4x}{16}}$		
$y = \sqrt{\frac{1}{2} - x}$		
$y = \frac{12}{x}$		
$y = 2 x + 1$		

8. Приведите пример функции, областью определения которой является:

а) множество всех чисел, кроме 12:

б) множество всех чисел, кроме -1 и 1:

в) множество всех чисел, не превосходящих 6:

г) множество всех чисел, больших 8:

II

9. Какова область определения функции, заданной формулой:

$$y = \frac{\sqrt{3x+6} + \sqrt{8-x}}{4x}; \quad \begin{cases} 3x+6 \geq 0, \\ 8-x \geq 0, \\ x \neq 0; \end{cases} \quad \begin{cases} 3x \geq -6, \\ x \leq 8, \\ x \neq 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq -2, \\ x \leq 8, \\ x \neq 0. \end{cases}$$

Ответ: $[-2; 0) \cup (0; 8]$.

а) $y = \frac{\sqrt{16-2x} - \sqrt{x-7}}{2x-15};$ б) $y = \frac{\sqrt{17+x} - \sqrt{5-2x}}{3x-6}?$

Ответ: а) б)

10. Найдите область определения функции:

а) $y = \frac{3}{1 - \frac{5}{x+2}}$;

б) $y = \frac{7}{2 - \frac{6}{2x-5}}$.

.....

.....

.....

.....

Ответ: а) б)

11. Укажите область определения функции, заданной формулой:

а) $y = \sqrt{|5-x| - 2x}$;

б) $y = 2x^4 - \sqrt{4-|x|}$.

Решение. Рассмотрим случаи $x \leq 5$ и $x > 5$.

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ: а) б)

12. Функция задана формулой $f(x) = \sqrt{x^2 - 12}$. Докажите, что при

$a \geq \sqrt{3}$

$$f\left(a + \frac{3}{a}\right) = a - \frac{3}{a}.$$

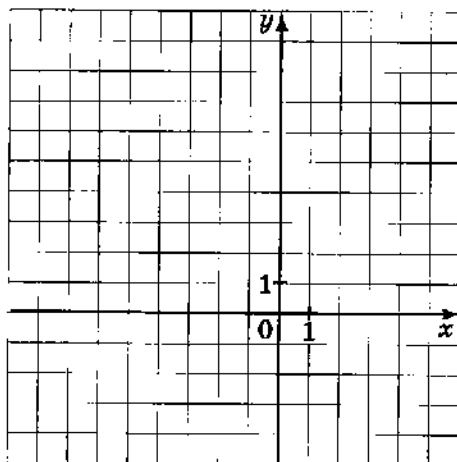
.....

.....

13. Функция $\varphi(x)$ определена на отрезке $[-8; 4]$. Постройте график этой функции, зная, что

$$\varphi(x) = \begin{cases} -x, & \text{если } x \in [-8; -3], \\ 3, & \text{если } x \in [-3; 2], \\ 2,5x - 2, & \text{если } x \in (2; 4]. \end{cases}$$

x		
y		



14. Периметр P (см) равнобедренного треугольника с боковой стороной 35 см зависит от длины основания x (см). Задайте формулой функцию, выражающую эту зависимость:
 Укажите область определения $D(P)$ и область значений $E(P)$ этой функции, зная, что $P \geq 100$ см.

.....

15. Функция $\varphi(x)$ задана формулой $\varphi(x) = x^2 - 4x + 1$. Вычислите:

а) $\varphi(1 + \sqrt{2}) - \varphi(1 - \sqrt{2}) =$

.....

б) $\varphi\left(\frac{1}{2 + \sqrt{5}}\right) + \varphi\left(\frac{1}{2 - \sqrt{5}}\right) =$

.....

2. СВОЙСТВА ФУНКЦИЙ

I

1. Найдите нули функции (если они существуют):

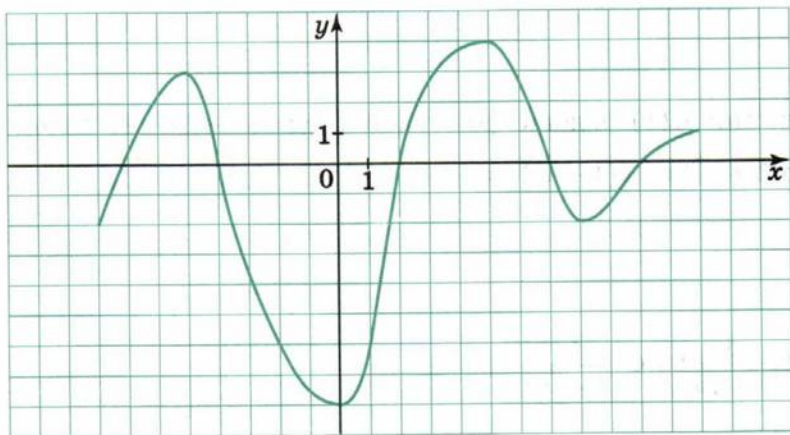
а) $y = 15 - 2x$; б) $y = 2x^2 - 98$; в) $y = (4x - 2)(x + 1)$;

г) $y = \frac{5}{(x-1)(x-3)}$; д) $y = \sqrt{x-4}$; е) $y = x^2 + 4$.

Ответ: а) б) в)

г) д) е)

2. На рисунке изображён график функции $g(x)$, определённой на отрезке $[-8; 12]$. Используя этот график, продолжите запись:

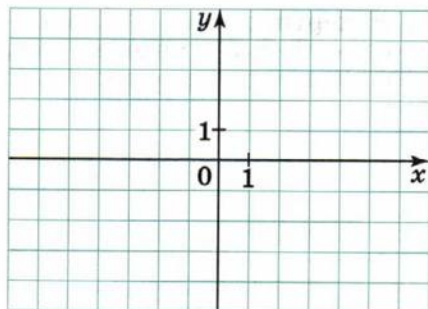


а) $g(x) = 0$ при

б) $g(x) < 0$ при

в) $g(x) > 0$ при

3. Начертите график какой-либо функции с областью определения $[-6; 5]$, нулями которой служат числа -4 , 2 и 4 .



4. Укажите, какие из линейных функций $y = 12 - 3x$, $y = x + 4$, $y = 2x - 6$, $y = 0,4x - 3$, $y = -12x - 46$ являются:

а) возрастающими:

б) убывающими:

5. Покажите с помощью стрелок, какие из данных функций являются возрастающими, какие — убывающими.

$$y = -1,4x$$

$$y = 2x^3$$

$$y = -\frac{x}{6}$$

$$y = x^2 - 2$$

Функция возрастающая

Функция убывающая

$$y = \sqrt{x+2}$$

$$y = |x|$$

$$y = 7 + 4x$$

$$y = -x^3$$

6. При каких значениях k функция $y = (2k + 3)x - 4$:

а) является возрастающей;

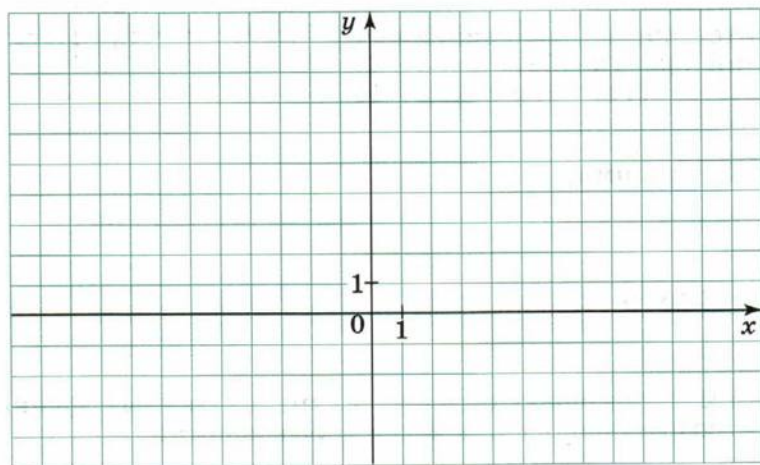
б) является убывающей;

в) не является ни возрастающей, ни убывающей?

.....

Ответ: а) б) в)

7. Начертите график какой-либо функции, определённой на отрезке $[-9; 8]$, которая возрастает в промежутках $(-3; 2)$ и $(5; 8]$ и убывает в промежутках $[-9; -3)$ и $(2; 5)$.



II

8. Найдите нули функции и множества, на которых функция принимает положительные значения; отрицательные значения:

а) $y = x^2 - 6x + 5$; б) $y = x^3 - 0,49x$.

.....

.....

.....

.....

9. Известно, что функции $f(x)$ и $g(x)$ определены на области D и являются возрастающими. Докажите, что функция $\varphi(x) = f(x) + g(x)$ также является возрастающей на области D . Продолжите доказательство.

Доказательство. Пусть x_1 и x_2 принадлежат области D и $x_2 > x_1$. Тогда

$$\varphi(x_2) - \varphi(x_1) = (f(x_2) + g(x_2)) - (f(x_1) + g(x_1)) =$$

.....

10. Используя свойство, доказанное в задании 9, выясните, являются ли возрастающими или убывающими функции:

а) $f(x) = x^3 + 2x - 10$; б) $g(x) = -\frac{1}{x} + 2\sqrt{x}$ при $x > 0$.

11. Докажите, что функция $f(x)$ возрастает при заданных значениях аргумента:

$f(x) = \frac{2}{9-x}$ при $x < 9$. Пусть $x_1 < x_2 < 9$;

$$f(x_2) - f(x_1) = \frac{2}{9-x_2} - \frac{2}{9-x_1} = \frac{18-2x_1-18+2x_2}{(9-x_1)(9-x_2)} = \frac{2(x_2-x_1)}{(9-x_1)(9-x_2)} > 0,$$

так как $x_2 - x_1 > 0$, $9 - x_1 > 0$, $9 - x_2 > 0$. Значит, $f(x_2) > f(x_1)$.

а) $f(x) = \frac{3}{5-2x}$ при $x > 2,5$; б) $f(x) = 3x - 2 - \frac{1}{x+4}$ при $x > -4$.

12. Докажите, что функция $g(x)$ убывает при заданных значениях аргумента:

а) $g(x) = \frac{2}{x}$ при $x < 0$; б) $g(x) = \frac{1}{9x+3}$ при $x > -\frac{1}{3}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

13. При каких значениях b прямая $y = -4x + \frac{b}{2}$ образует с осями координат треугольник, площадь которого равна 2?

.....

.....

.....

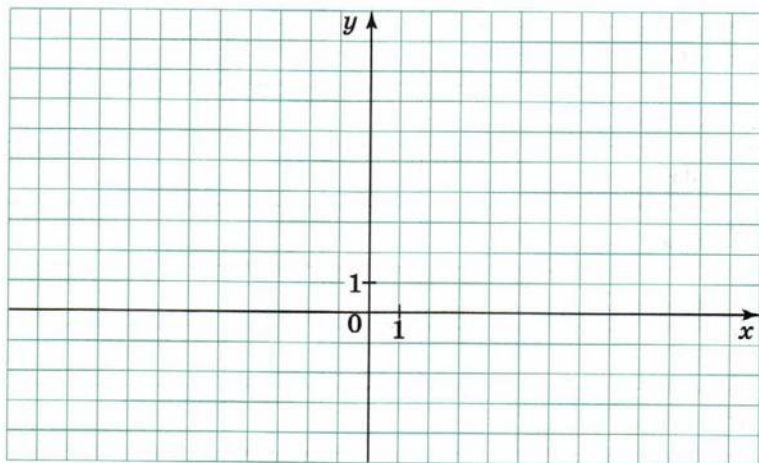
.....

.....

Ответ:

14. Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x + 6, & \text{если } -10 \leq x \leq -2, \\ -\frac{x}{2}, & \text{если } -2 < x \leq 0, \\ x^2, & \text{если } 0 < x \leq 3, \\ -2x + 15, & \text{если } 3 < x \leq 9. \end{cases}$$



$y = x + 6$

x		
y		

$y = -2x + 15$

x		
y		

$y = -\frac{x}{2}$

x		
y		

Закончите запись:

$D(y) = \dots \quad E(y) = \dots$

$y = 0 \text{ при } x = \dots \quad y < 0 \text{ при } \dots \quad y > 0 \text{ при } \dots$

функция возрастает при

функция убывает при

3. КВАДРАТНЫЙ ТРЁХЧЛЕН И ЕГО КОРНИ

I

1. Заполните таблицу.

$ax^2 + bx + c$	a	b	c	$D = b^2 - 4ac$
$x^2 - 8x + 6$				
$-2x^2 + 3x - 1$				
$3x^2 - \sqrt{2}x + 5$				
$5 - 4x^2$				
$2x + 7x^2$				
$\sqrt{3} - 4x + x^2$				
$2x - 3x^2 + 1$				
$\frac{1}{2}x^2 - 3x - 4$				

2. Какие из чисел -1 , 2 , $2 - \sqrt{3}$, $1 + \sqrt{3}$ являются корнями квадратного трёхчлена $x^2 - 4x + 1$?

Ответ:

3. Покажите с помощью стрелки, сколько корней имеет квадратный трёхчлен.

$$x^2 - 10x + 3$$

$$x^2 + 10x + 30$$

$$x^2 + 10x + 25$$

Один корень

Два корня

Не имеет корней

$$x^2 - 6x + 1$$

$$x^2 - 6x + 9$$

$$x^2 - 6x + 20$$

4. Существуют ли значения переменной x , при которых значение квадратного трёхчлена $x^2 - 10x + 31$ равно:

а) -5 ; б) 6 ; в) 55 ; г) 0 ?

При положительном ответе укажите эти значения.

Ответ: а) б) в) г)

5. Найдите корни квадратного трёхчлена:

а) $3x^2 + 5x - 2$;

б) $-2x^2 - 32 - 16x$;

в) $x^2 - 4x - 3$;

г) $0,2x^2 - 1,8$;

д) $6x^2 - x - 1$;

е) $x^2 + 0,1x - 0,02$.

Ответ: а) б) в)

г) д) е)

6. Составьте какой-либо квадратный трёхчлен, корнями которого являются числа:

а) -2 и 11 ; б) 0 и -6 ; в) $3 - \sqrt{2}$ и $3 + \sqrt{2}$.

Ответ: а) б) в)

7. При каких значениях x равны значения квадратных трёхчленов $6x - 2x^2 - 5$ и $4x^2 + x - 9$?

.....

.....

.....

.....

Ответ:

8. При каких значениях x значения квадратных трёхчленов $3x^2 - 11x + 16$ и $2x^2 - 7x - 8$ являются противоположными числами?

.....

.....

.....

.....

Ответ:

9. Составьте какой-либо квадратный трёхчлен, корни которого:
а) противоположны; б) обратны корням трёхчлена $2x^2 - 11x + 5$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ: а) б)

10. Требуется выделить квадрат двучлена из квадратного трёхчлена. Закончите решение:

а) $x^2 - 14x + 11 = x^2 - 2 \cdot 7x + 7^2 - 7^2 + 11 = \dots\dots\dots$

б) $-x^2 - 12x + 23 = -(x^2 + 12x - 23) = -(x^2 + 2 \cdot 6x + 6^2 - 6^2 - 23) = \dots\dots\dots$

в) $-x^2 + 10x = -(x^2 - 10x) = -(x^2 - 2 \cdot 5x + 5^2 - 5^2) = \dots\dots\dots$

г) $2x^2 - 16x + 5 = 2(x^2 - 8x + 2,5) = 2(x^2 - 2 \cdot 4x + 4^2 - 4^2 + 2,5) = \dots\dots\dots$

II

11. Один из корней квадратного трёхчлена $4cx^2 + 3x + 2c - 12$ равен 1. Определите значение c и второй корень этого трёхчлена.

.....
.....
.....

Ответ:

12. а) При каком значении q квадратный трёхчлен $x^2 + 3x + q$ является полным квадратом двучлена?

.....
.....

- б) При каком значении c квадратный трёхчлен $5x^2 - 4x + c$ является полным квадратом двучлена?

.....
.....

Ответ: а) б)

13. Докажите, что при любом значении x :

а) квадратный трёхчлен $x^2 - 8x + 20$ принимает положительное значение;

б) квадратный трёхчлен $-2x^2 + 28x - 99$ принимает отрицательное значение.

14. При каких значениях переменной b :

а) квадратный трёхчлен $(b + 3)x^2 - 2(b - 2)x + b - 1$ не имеет корней;

б) квадратный трёхчлен $(b - 4)x^2 - 2(b + 1)x + b$ имеет два корня?

Ответ: а) б)

15. Найдите корни квадратного трёхчлена $ax^2 - (3a^2 + 1)x + 3a$, где a — некоторое число, отличное от нуля.

Ответ:

16. В прямоугольнике со сторонами 10 см и 17 см большую сторону уменьшили на a см, а меньшую увеличили на 2 см. При каком значении a площадь получившегося прямоугольника будет наибольшей? Какова эта площадь?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

17. При каком значении x трёхчлен $3x^2 - 15x + 27$ принимает наименьшее значение? Найдите это значение.

.....

.....

.....

.....

Ответ:

18. Из всех прямоугольных треугольников, сумма катетов которых равна 18 см, выделите треугольник с наибольшей площадью.

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

4. РАЗЛОЖЕНИЕ КВАДРАТНОГО ТРЁХЧЛЕНА НА МНОЖИТЕЛИ

Если x_1 и x_2 — корни квадратного трёхчлена $ax^2 + bx + c$, то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

I

1. Найдите корни квадратного трёхчлена и разложите его на множители:

а) $y^2 - 6y + 5$;

б) $x^2 + 14x + 24$;

в) $-y^2 + 14y - 33$;

г) $-x^2 - 10x - 16$;

д) $x^2 - 8x - 48$;

е) $y^2 + 16y + 55$;

ж) $x^2 - 24x + 144$;

з) $-y^2 + 18y - 81$.

2. Разложите на множители квадратный трёхчлен:

$$3a^2 + a - 2; \quad 3a^2 + a - 2 = 0; \quad D = 1 + 24 = 25;$$

$$a = \frac{-1 \pm 5}{6}; \quad a_1 = \frac{-1 - 5}{6} = -1; \quad a_2 = \frac{-1 + 5}{6} = \frac{2}{3};$$

$$3a^2 + a - 2 = 3(a + 1)\left(a - \frac{2}{3}\right) = (a + 1)(3a - 2).$$

а) $5m^2 - 13m + 6;$ б) $7z^2 - 26z - 8.$

3. Можно ли разложить на множители, являющиеся многочленами первой степени, квадратный трёхчлен:

а) $y = 5x^2 - 3x + 1;$

б) $y = 0,3x^2 + 3x + 11;$

в) $y = 5x^2 + 0,5x - 0,1;$

г) $y = \frac{1}{3}x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{1}{2};$

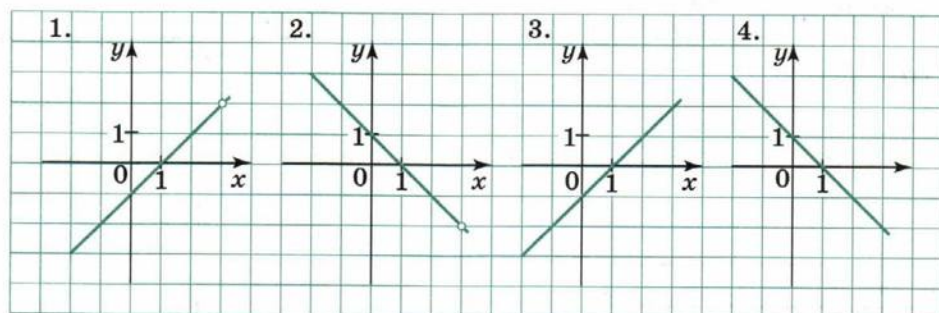
д) $y = 1,1x^2 - 0,5x + 0,2;$

е) $y = 9x^2 + 6x + 1?$

Ответ: а) б) в)

г) д) е)

4. Какой из графиков, изображённых на рисунке, является графиком функции $y = \frac{-x^2 + 4x - 3}{x - 3}$?



Ответ:

5. Сократите дробь:

а) $\frac{9 - m^2}{m^2 + m - 12} =$

б) $\frac{2y + 16}{y^2 + 2y - 48} =$

в) $\frac{3x^2 + 20x - 7}{9x^2 - 6x + 1} =$

г) $\frac{4x^2 + 11x - 3}{21x - 4x^2 - 5} =$

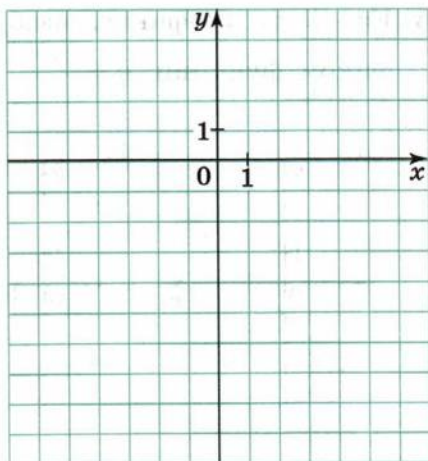
6. Найдите область определения функции $y = \frac{x^2 - 4x - 12}{x + 2}$ и постройте её график.

$D(y) = \dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

x		
y		



II

7. Сократите дробь и найдите её значение при указанном значении переменной:

а) $\frac{a^2 - 25}{a^2 + 2a - 35}$ при $a = -2,5$;

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

б) $\frac{12 + 11b - b^2}{96 + 4b - b^2}$ при $b = \frac{2}{3}$;

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

Ответ: а) $\dots\dots\dots$ б) $\dots\dots\dots$

8. При каких целых неотрицательных значениях $n (n \neq 4)$ квадратный трёхчлен $y = (n - 4)x^2 - 2nx + (n - 7)$ нельзя разложить на множители, являющиеся многочленами первой степени?

Ответ:

9. Преобразуйте разность дробей $\frac{x^2 - x - 6}{0,5x^2 - 4x - 10} - \frac{x + 2}{x - 10}$, сократив предварительно первую дробь.

10. Разложите на множители квадратный трёхчлен

$$mx^2 + 2(m-1)x + (m-2),$$

где m — некоторое число, отличное от нуля.

11. Докажите, что при любом значении b квадратный трёхчлен $3x^2 + bx - 8$ имеет два корня, один из которых является положительным числом, а другой — отрицательным.

.....

.....

.....

.....

12. Постройте график функции $y = \frac{x^3 - 4x - 3x^2 + 12}{2x^2 - 10x + 12}$.

Решение. Разложим на множители числитель и знаменатель дроби $\frac{x^3 - 4x - 3x^2 + 12}{2x^2 - 10x + 12}$:

$$x^3 - 4x - 3x^2 + 12 = \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots$$

$$2x^2 - 10x + 12 = \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots$$

Сократим дробь:

$$\frac{x^3 - 4x - 3x^2 + 12}{2x^2 - 10x + 12} = \dots\dots\dots$$

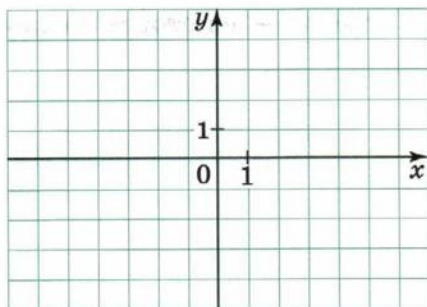
$$\dots\dots\dots$$

Найдём область определения заданной функции:

$$D(y) = \dots\dots\dots$$

Заполним таблицу:

x		
y		



5. ФУНКЦИЯ $y = ax^2$, ЕЁ ГРАФИК И СВОЙСТВА

I

1. Постройте график функции $y = 1,5x^2$.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

Закончите запись:

$D(y) = \dots\dots\dots$

$E(y) = \dots\dots\dots$

$y = 0$ при $\dots\dots\dots$ $y > 0$ при $\dots\dots\dots$

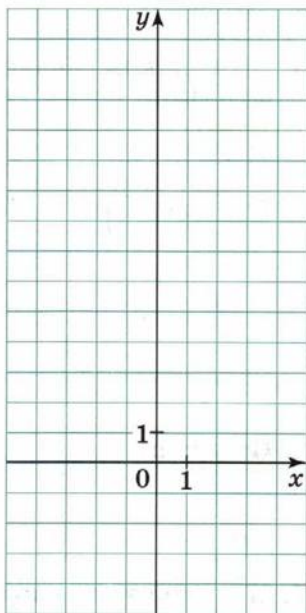
$y < 0$ при $\dots\dots\dots$

функция возрастает при $\dots\dots\dots$

функция убывает при $\dots\dots\dots$

график функции $y = 1,5x^2$ симметричен

относительно $\dots\dots\dots$



2. Принадлежит ли графику функции $y = -0,3x^2$ точка:

а) $A(10; 30)$; б) $B(-10; 30)$; в) $C(10; -30)$; г) $D(-10; -30)$?

Ответ: а) $\dots\dots\dots$ б) $\dots\dots\dots$ в) $\dots\dots\dots$ г) $\dots\dots\dots$

3. Пересекает ли параболу $y = 16x^2$ прямая:

а) $y = -16$; б) $y = 1600$; в) $y = 32$?

При положительном ответе укажите координаты точек пересечения.

Ответ: а) $\dots\dots\dots$ б) $\dots\dots\dots$

в) $\dots\dots\dots$

4. В каких координатных четвертях расположен график функции $y = -8x^2$? Выберите верный ответ.

1. В I и II 2. Во II и III 3. В III и IV 4. В I и IV

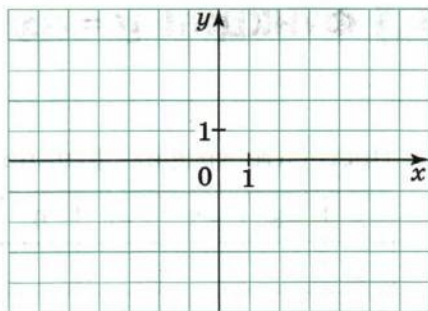
5. Покажите схематически, как расположен в координатной плоскости график функции:

а) $y = 1,2x^2$; б) $y = -0,3x^2$.

6. При каком значении b график функции $y = bx^2$ проходит через точку:

а) $A(3; -4)$; б) $B(-\sqrt{2}; 5)$;

в) $C\left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$; г) $D(10; 20)$?



Ответ: а) б) в) г)

II

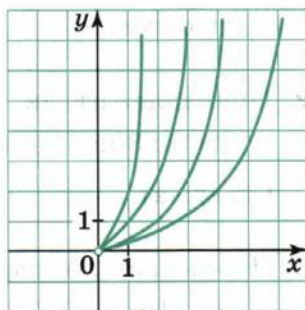
7. На рисунке изображены схематически графики функций $S_1(a)$, $S_2(a)$, $S_3(a)$ и $S_4(a)$, где

$S_1(a)$ — площадь квадрата со стороной a ,

$S_2(a)$ — площадь круга с радиусом a ,

$S_3(a)$ — площадь прямоугольного равнобедренного треугольника с катетом a ,

$S_4(a)$ — площадь поверхности куба с ребром a .



Задайте формулами эти функции и укажите соответствующие им графики.

8. При каких значениях k парабола $y = kx^2$ не имеет общих точек с прямой $y = 4x - 1$?

Ответ:

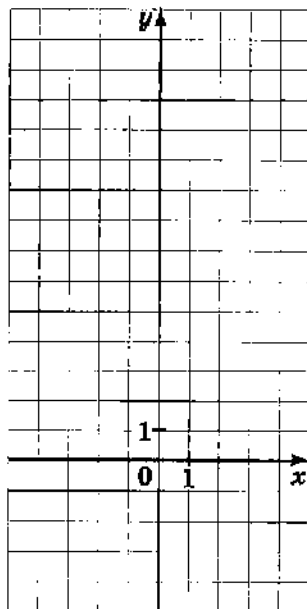
9. При каких значениях k прямая $y = 3 - 2x$ касается:

а) параболы $y = (k - 2)x^2$; б) гиперболы $y = \frac{k+1}{x}$?

Ответ: а) б)

10. Прямая $x = 2$ пересекает параболу $y = 6x^2$ в точке A , а параболу $y = -\frac{1}{5}x^2$ в точке B .

Изобразите схематически графики этих функций и определите длину отрезка AB .



Ответ:

11. Найдите координаты точек пересечения графиков функций $y = -x^2$ и $y = x - 2$. Выполните графическую иллюстрацию.

.....

.....

.....

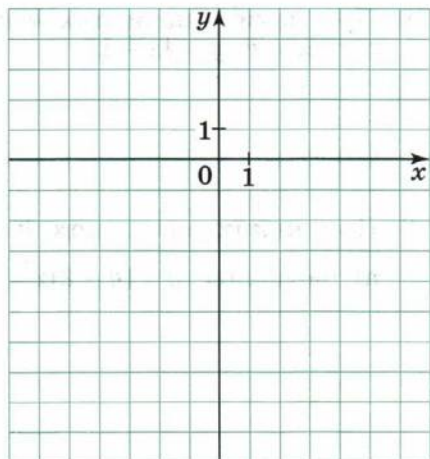
.....

.....

.....

.....

.....



x							
y							

x		
y		

12. Изобразите схематически на одном чертеже графики функций:

(1) $y = \frac{x^2}{2\sqrt{3}-4}$; (2) $y = -2x^2$;

(3) $y = 8\sqrt{3}x^2$; (4) $y = \frac{x^2}{5\sqrt{2}-7}$.

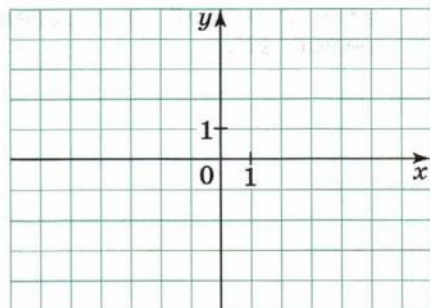
.....

.....

.....

.....

.....



6. ГРАФИКИ ФУНКЦИЙ

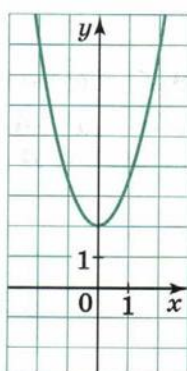
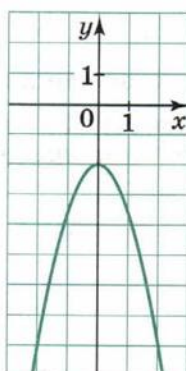
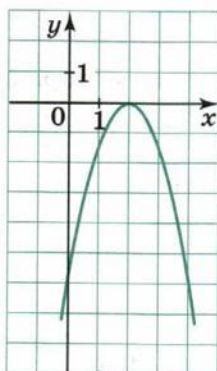
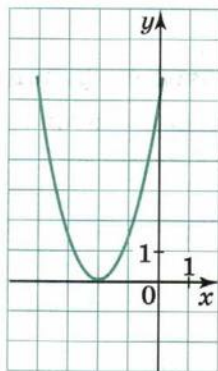
$$y = ax^2 + n \text{ и } y = a(x - m)^2$$

I

1. График функции $y = 3x^2$ сдвинули на 2 единицы вправо и на 5 единиц вниз. График какой функции получили?

Ответ:

2. На рисунках изображены графики функций $y = 1,5x^2 + 2$, $y = 1,5(x + 2)^2$, $y = -1,5x^2 - 2$ и $y = -1,5(x - 2)^2$. Около каждого графика напишите соответствующую формулу.



3. При каких значениях a функция $y = (a - 3)x^2 + 13$ имеет нули?

.....
.....

Ответ:

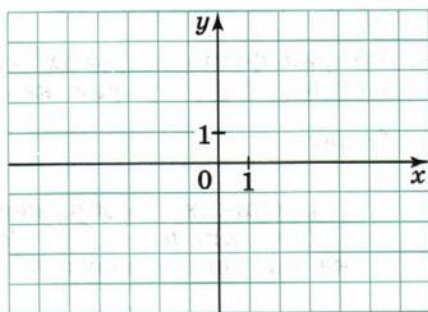
4. Найдите нули функции, если они существуют:

а) $y = 2x^2 - 32$; б) $y = 2x^2 + 8$; в) $y = -3x^2 + 27$.

.....
.....

Ответ: а) б) в)

5. Изобразите схематически на одном чертеже графики функций $y_1 = \frac{1}{3}(x+2)^2 - 1$ и $y_2 = -\frac{1}{3}(x-3)^2 + 2$, определив предварительно для каждой параболы координаты вершины и направление ветвей.



6. Существуют ли значения x , при которых значение функции $y = -x^2 + 6$ равно: а) -3 ; б) 8 ; в) -5 ; г) $-\frac{1}{4}$? При положительном ответе укажите эти значения.

Ответ: а) б) в) г)

7. Не выполняя построения, запишите уравнение параболы, симметричной параболе $y = \frac{1}{2}(x-3)^2 + 7$ относительно:

а) оси y :

б) оси x :

8. Определите, при каких значениях a осью симметрии параболы $y = 5(x + 4a^2)^2 + 1$ является прямая $x = -9$.

Ответ:

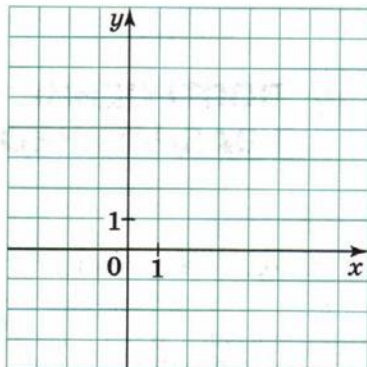
II

9. Прямая $x = -3$ пересекает параболу $y = 3,5x^2 + 1$ в точке C , а параболу $y = -2,5x^2 - 4$ в точке D . Не выполняя построения, найдите длину отрезка CD .

Ответ:

10. Постройте график функции $y = \frac{1}{2}(x - 3)^2 - 2$ на отрезке $[-1; 6]$.

x	-1	0	1	2	3	4	5	6
y								



Закончите запись:

$D(y) = \dots\dots\dots E(y) = \dots\dots\dots$

$y = 0$ при $\dots\dots\dots y > 0$ при

$\dots\dots\dots y < 0$ при $\dots\dots\dots$

функция возрастает при $\dots\dots\dots$

функция убывает при $\dots\dots\dots$

наибольшее значение $y = \dots\dots\dots$ функция принимает при $x = \dots\dots\dots$

наименьшее значение $y = \dots\dots\dots$ функция принимает при $x = \dots\dots\dots$

11. При каких значениях c область значений функции

$$y = 2(x - 3)^2 + c^2 - 4c + 0,75$$

является промежутком $[-3; +\infty)$?

Ответ:

12. Пересекает ли параболу $y = -(x - 2)^2 + 4$ прямая:

а) $y = -5$; б) $y = 8$; в) $y = -60$; г) $y = x$?

При положительном ответе укажите координаты точек пересечения.

.....

.....

.....

.....

Ответ: а) б)

в) г)

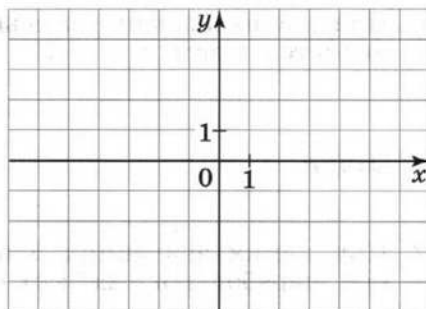
7. ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКА КВАДРАТИЧНОЙ ФУНКЦИИ

I

1. Заполните таблицу.

Уравнение параболы $f(x) = ax^2 + bx + c$	Координаты вершины $A(m; n)$		Направ- ление ветвей
	$m = -\frac{b}{2a}$	$n = f(m)$	
$f(x) = x^2 + 6x - 1$	$m = -\frac{6}{2} = -3$	$n = (-3)^2 + 6 \cdot (-3) - 1 = -10$	вверх
$f(x) = x^2 - 12x + 1$			
$f(x) = -x^2 + 8x - 2$			
$f(x) = -x^2 - 2x + 4$			
$f(x) = x^2 + 4x - 6$			

2. Изобразите схематически график функции $y = \frac{1}{3}x^2 - \frac{4}{3}x - \frac{8}{3}$, определив предварительно координаты вершины параболы $A(m; n)$ и направление её ветвей.



3. Запишите уравнение оси симметрии параболы:

а) $y = 2x^2 - 11x + 6$:

б) $y = 3x^2 + 8x - 12$:

в) $y = -4x^2 + 5x + 1$:

4. Докажите, что парабола $y = 2x^2 - 3x + 7$ и прямая $x - y = 2$ не пересекаются.

.....

.....

.....

5. Постройте график функции $y = x^2 - 4x + 7$.

Решение. Найдём координаты вершины параболы $A(m; n)$:

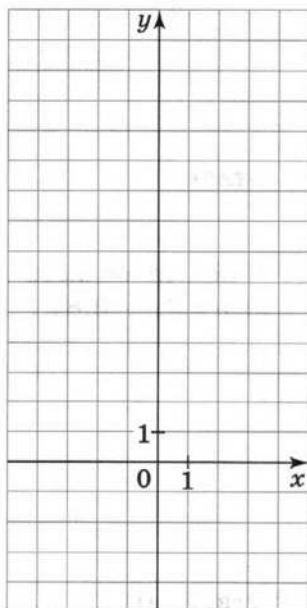
$m =$

$n =$

Ветви параболы направлены

Заполним таблицу:

x						
y						



6. При каком значении a осью симметрии параболы $y = ax^2 - 12x + 3$ является прямая $x = -1$?

Ответ:

7. При каких значениях b и c точка $N(-1; -10)$ является вершиной параболы $y = 2x^2 + bx + c$?

Ответ:

II

8. Найдите значение c , при котором наибольшее значение функции $y = -2x^2 + x + c$ равно 1.

Ответ:

- 9. Найдите область значений функции:**

а) $y = 2x^2 - 0,8x + 0,01$; б) $y = -x^2 + 3x + 1,75$.

Ответ: а)

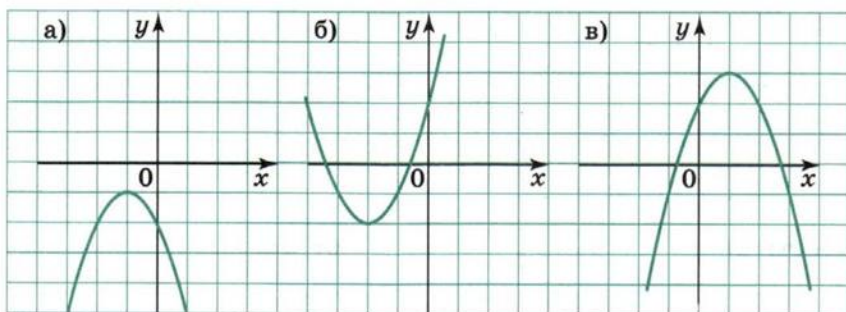
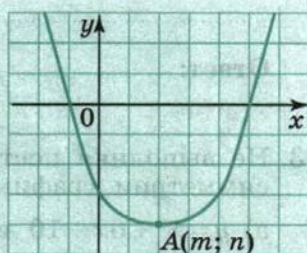
6)

10. При каких значениях a графики функций $y = 4x^2 - 3x + 1$ и $y = 2x^2 - x + 3a$ не имеют общих точек?

Ответ:

11. Определите по графику функции $y = ax^2 + bx + c$ знаки коэффициентов a , b и c .

Ветви параболы направлены вверх, следовательно, $a > 0$. Так как $m = -\frac{b}{2a}$; $m > 0$ и $a > 0$, то $b < 0$. Так как при $x = 0$ $y = c$, а при $x = 0$ $y < 0$, то $c < 0$.



12. Графиком квадратичной функции является парабола с вершиной $B(-3; -20)$, проходящая через точку $N(5; 44)$. Задайте эту функцию формулой.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

13. Не выполняя построения, определите расстояние между осями симметрии графиков функций:

а) $y = x^2 + 6x + 10$ и $y = x^2 - 6x + 11$;

б) $y = -x^2 + 2x + 1$ и $y = -2x^2 + 12x - 14$.

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ: а) б)

14. Функция $y = -x^2 + 6x - 5$ определена на отрезке $[0; 6]$. Найдите область значений этой функции.

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

8. ФУНКЦИЯ $y = x^n$

I

1. Функция задана формулой $f(x) = x^{12}$. Сравните значения функции:

а) $f(5,8) \square f(8,5)$; б) $f(-3) \square f(15)$; в) $f\left(-\frac{2}{5}\right) \square f(-0,4)$;

г) $f(-9) \square f(-5)$; д) $f\left(-\frac{2}{9}\right) \square f\left(-\frac{1}{3}\right)$; е) $f\left(\frac{13}{20}\right) \square f(0,65)$.

2. Функция задана формулой $g(x) = x^{17}$. Поставьте знак $<$ или $>$, чтобы получилось верное неравенство:

а) $g\left(\frac{3}{11}\right) \square g\left(\frac{6}{11}\right)$; б) $g(-0,5) \square g(-2,5)$; в) $g\left(-\frac{7}{3}\right) \square g(-2,3)$;

г) $g(-3,5) \square g\left(\frac{7}{2}\right)$; д) $g\left(\frac{2}{7}\right) \square g(0,2)$; е) $g(-1) \square g(0)$.

3. В каких координатных четвертях расположен график функции $y = -x^{18}$? Выберите верный ответ.

1. В I и II 2. Во II и III
3. В III и IV 4. В I и IV

4. Проходит ли график функции $y = x^5$ через точку:

- а) $A(-2; 32)$; б) $B(-2; -32)$; в) $C(2; 32)$;
г) $D(3; -243)$; д) $E(3; 243)$?

Ответ: а) б)

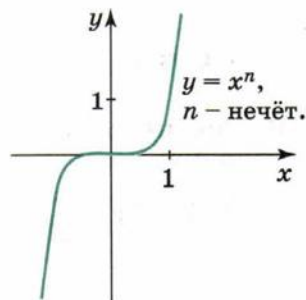
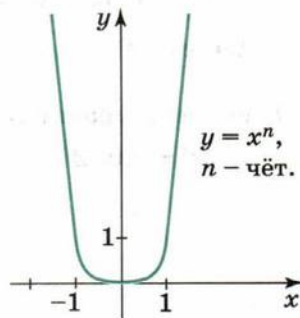
в) г) д)

5. Пользуясь рисунками, выясните, сколько корней имеет уравнение:

- а) $x^{20} = 7$; б) $x^{16} = -7$;
в) $x^{13} = 0$; г) $x^{19} = -7$.

Ответ: а) б)

в) г)



6. Сколько корней имеет уравнение $x^n = -100$:

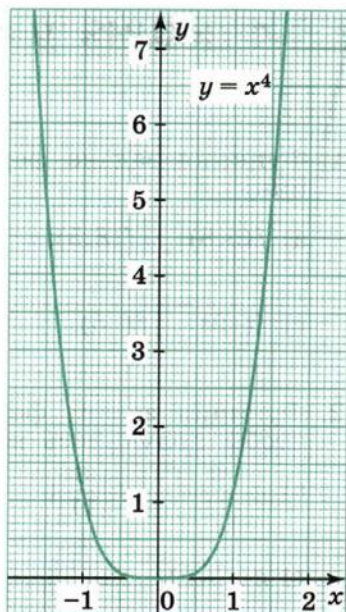
- а) при чётном значении n ;
б) при нечётном значении n ?

Ответ: а) б)

7. Пользуясь графиком функции $y = x^4$, решите уравнение:

- а) $x^4 = 3$; б) $x^4 = 6,5$.

Ответ: а) б)



II

8. Существует ли такое натуральное число n , при котором график функции $y = x^n$ проходит через данную точку:

- а) $A(-5; -125)$; б) $B(2,5; 7,5)$;
в) $C(\sqrt{2}; 64)$; г) $D(-4; 1024)$?

При положительном ответе укажите это значение n .

Ответ: а) б) в) г)

9. Решите уравнение:

- а) $x^4 = 0,0625$; б) $2x^5 = -64$; в) $5x^6 - 5 = 0$; г) $x^3 = -0,216$.

.....

.....

.....

.....

Ответ: а) б) в) г)

10. При каком значении n график функции $y = x^n$ проходит через точку:

- а) $A\left(-\frac{2}{3}; -\frac{8}{27}\right)$; б) $B(0,2; 0,0016)$; в) $C\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{64}\right)$?

Ответ: а) б) в)

11. С помощью стрелок укажите, каким числом (положительным, отрицательным или нулём) является разность.

$$10^7 - (-4)^7$$

$$0,9^6 - 0,2^6$$

$$(-4)^9 - 4^9$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^8 - (-0,6)^8$$

Положительное число

Ноль

Отрицательное число

$$0,99^{10} - 1$$

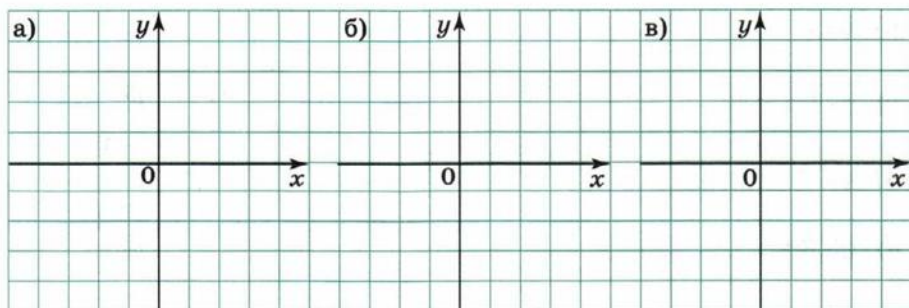
$$(-1,2)^3 - (-1,6)^3$$

$$(-0,5)^6 - (-0,3)^6$$

$$\left(\frac{7}{8}\right)^5 - \left(\frac{8}{9}\right)^5$$

12. С помощью схематических графиков определите, сколько корней имеет уравнение:

а) $x^7 = 4x$; б) $x^6 = 4x$; в) $x^3 = -x + 1$.



Ответ: а) б) в)

9. КОРЕНЬ n -Й СТЕПЕНИ

I

1. Докажите, что верно равенство:

а) $\sqrt[4]{81} = 3$;

б) $\sqrt[5]{-\frac{1}{32}} = -\frac{1}{2}$;

в) $\sqrt[12]{1} = 1$;

г) $\sqrt[5]{1024} = 4$;

д) $\sqrt{11 + 6\sqrt{2}} = 3 + \sqrt{2}$;

е) $\sqrt{37 - 20\sqrt{3}} = 5 - 2\sqrt{3}$.

2. На рисунке построен график функции $y = x^3$. С помощью этого графика найдите:

а) $\sqrt[3]{4} \approx$

б) $\sqrt[3]{-3} \approx$

в) $\sqrt[3]{2,5} \approx$

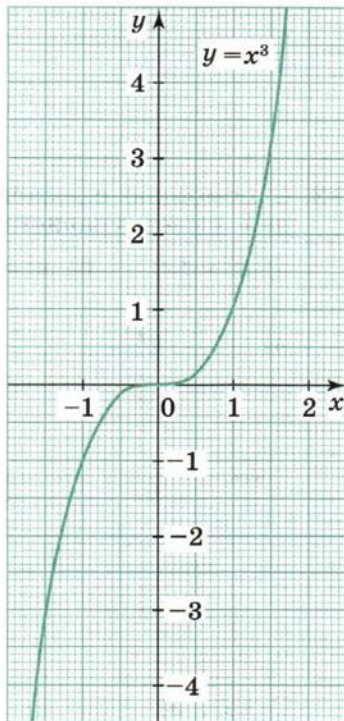
г) $\sqrt[3]{-1,5} \approx$

д) $\sqrt[3]{2} \approx$

е) $\sqrt[3]{3,3} \approx$

ж) $\sqrt[3]{-2,1} \approx$

з) $\sqrt[3]{-0,5} \approx$



3. Вычислите:

а) $\sqrt[5]{-\frac{32}{243}} = \dots\dots\dots$

б) $\sqrt[7]{\frac{1}{128}} = \dots\dots\dots$

в) $\sqrt[4]{\frac{81}{625}} = \dots\dots\dots$

г) $\sqrt{2\frac{14}{25}} = \dots\dots\dots$

д) $\sqrt[3]{-15\frac{5}{8}} = \dots\dots\dots$

4. Принадлежит ли графику функции $y = \sqrt[5]{x}$ точка:

а) $A(32; -2)$; б) $B(-243; -3)$; в) $C(3125; 5)$; г) $D\left(-\frac{32}{243}; \frac{2}{3}\right)$?

Ответ: а) б) в) г)

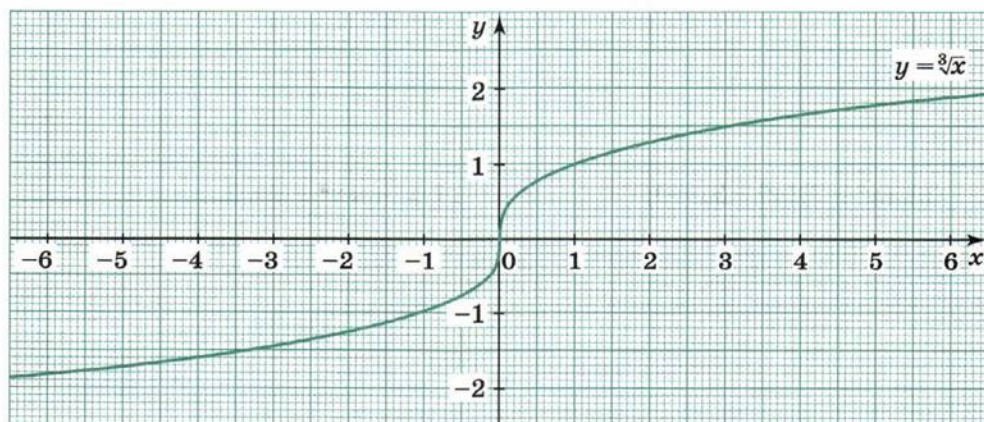
5. Решите уравнение:

а) $\sqrt[3]{y} = -3$; б) $\sqrt[4]{x} = 0,5$; в) $\sqrt[5]{z} = -\frac{1}{4}$; г) $\sqrt[8]{u} = \frac{2}{3}$.

.....
.....

Ответ: а) б) в) г)

6. Пользуясь графиком, изображённым на рисунке, решите уравнение: а) $\sqrt[3]{x} = 1,5$; б) $\sqrt[3]{x} = -1,8$.



Ответ: а) б)

7. Укажите два последовательных целых числа, между которыми заключено данное число:

а) $< \sqrt[3]{7} < \dots\dots\dots$ б) $< \sqrt[4]{38} < \dots\dots\dots$

в) $< \sqrt{20} < \dots\dots\dots$ г) $< \sqrt[5]{-100} < \dots\dots\dots$

II

8. Вычислите:

а) $\sqrt[5]{-32} - 2\sqrt[3]{-8} = \dots\dots\dots$

б) $\sqrt[7]{-128} - 3\sqrt[11]{-1} + 2\sqrt[5]{243} = \dots\dots\dots$

в) $\sqrt[4]{\frac{81}{625}} - 3\sqrt[3]{-\frac{1}{125}} = \dots\dots\dots$

г) $\sqrt[4]{0,0001} - \sqrt{2\frac{14}{25}} + \sqrt[3]{-\frac{64}{125}} = \dots\dots\dots$

9. Решите уравнение:

а) $x^8 - 2x^4 = 0;$

б) $\frac{1}{3}x^5 + 11 = 0;$

.....

.....

.....

в) $(x^5 - 7)(x^4 + 3) = 0;$

г) $x^6 + 4x^3 + 3 = 0.$

.....

.....

.....

Ответ: а) б) в) г)

10. Упростите выражение:

а) $\sqrt[6]{(p-2)^6} + \sqrt[6]{(p-7)^6} - \sqrt[6]{(p-1)^6}$ при $2 \leq p \leq 7$;

.....

.....

.....

б) $\sqrt[4]{(q+3)^4} - \sqrt[4]{(q+5)^4} - \sqrt[4]{(q-2)^4}$ при $-5 \leq q \leq -3$.

.....

.....

.....

11. Сравните с нулём значение выражения:

$$\frac{\sqrt[9]{-2,16} - \sqrt[9]{-2,06}}{\sqrt[3]{-2} - 1} > 0, \text{ так как } \sqrt[9]{-2,16} - \sqrt[9]{-2,06} < 0$$

и $\sqrt[3]{-2} - 1 < 0$.

а) $\sqrt[3]{-4,7} - \sqrt[3]{-4,07} \square 0$;

б) $\sqrt[6]{5,45} - \sqrt[6]{\frac{49}{9}} \square 0$;

.....

.....

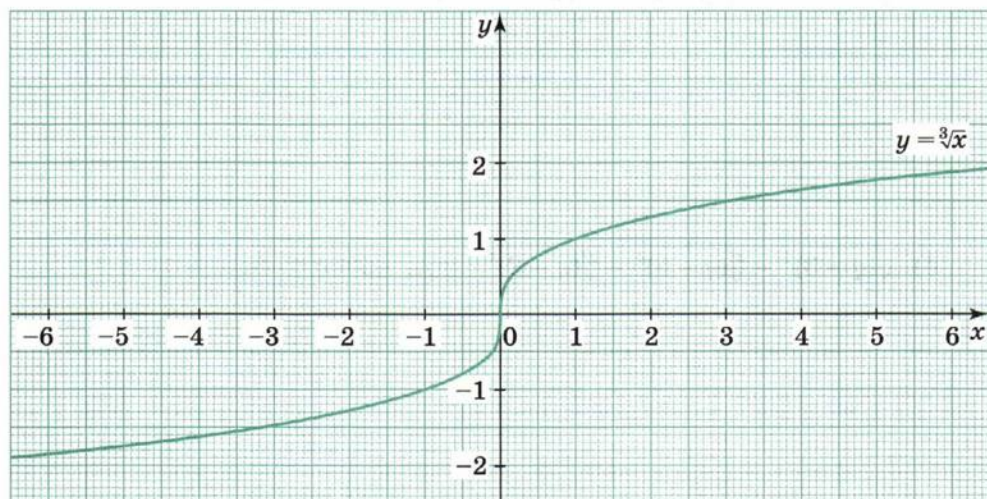
в) $\sqrt[7]{3,37} - \sqrt[7]{\frac{27}{8}} \square 0$;

г) $\frac{\sqrt[5]{6,73} - \sqrt[5]{6,23}}{1 - \sqrt[5]{3}} \square 0$.

.....

.....

12. Пользуясь графиком, изображённым на рисунке, решите уравнение, выполнив необходимые построения:



а) $\sqrt[3]{x} = -x + 1,5$;
 $y = -x + 1,5$

x		
y		

б) $\sqrt[3]{x} = 2x^2 - 1$.
 $y = 2x^2 - 1$

x	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5
y							

Ответ: а) б)

13. Решите уравнение:

$$2\sqrt[3]{x-3} = 3; \quad 8(x-3) = 27; \quad x-3 = \frac{27}{8}; \quad x = 3 + 3\frac{3}{8} = 6\frac{3}{8}.$$

а) $\sqrt[5]{6x+4} + 2 = 0$; б) $\sqrt[4]{x-2} - 3 = 0$.

.....

Ответ: а) б)

10. ЦЕЛОЕ УРАВНЕНИЕ И ЕГО КОРНИ

I

1. Из чисел $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ выберите те, которые являются корнями уравнения $x^4 - 3x^3 - 4x^2 + 12x = 0$.

Ответ:

2. При каких значениях a равны значения выражений:

а) $3a + 7$ и $-a + 4$; б) $a^2 + 1$ и $2a$?

Ответ: а) б)

3. Найдите корни уравнения:

а) $(9x - 2)(x + 8) - (3x - 1)(3x + 1) = 13$; б) $6x^2 - \frac{(3x - 1)(3x + 1)}{4} = 4$.

Ответ: а) б)

4. Решите уравнение, используя разложение многочлена на множители:

$$\begin{aligned}x^5 + 8x^4 - x - 8 &= 0; \quad (x^5 + 8x^4) - (x + 8) = 0; \quad x^4(x + 8) - (x + 8) = 0; \\(x + 8)(x^4 - 1) &= 0; \quad (x + 8)(x^2 - 1)(x^2 + 1) = 0; \\(x + 8)(x - 1)(x + 1)(x^2 + 1) &= 0; \\x + 8 = 0, \text{ или } x - 1 = 0, \text{ или } x + 1 = 0, \text{ или } x^2 + 1 &= 0; \\x_1 = -8, \quad x_2 = 1, \quad x_3 = -1.\end{aligned}$$

а) $y^3 - 5y^2 = 0$; б) $y^3 - y - 2y^2 + 2 = 0$; в) $y^3 - 4y + y^2 - 4 = 0$.

Ответ: а) б)
в)

5. При каких значениях a верно равенство $a^3 - 6a^2 - 2a + 12 = 0$?

Ответ:

II

9. Решите уравнение:

$$x^3 + 11x^2 - 10 = 0; \quad x^3 + x^2 + 10x^2 - 10 = 0; \quad x^2(x+1) + 10(x^2-1) = 0;$$

$$x^2(x+1) + 10(x+1)(x-1) = 0; \quad (x+1)(x^2 + 10x - 10) = 0;$$

$$x_1 = -1, \quad x_{2,3} = -5 \pm \sqrt{25 + 10}; \quad x_2 = -5 - \sqrt{35}, \quad x_3 = -5 + \sqrt{35}.$$

а) $x^3 + 9x^2 - 8 = 0;$ б) $x^3 + 6x^2 - 7 = 0.$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ: а) б)

10. Найдите корни уравнения $x^4 - 41x^2 + 400 = 0$ и сравните сумму и произведение корней с коэффициентами при x^4 , x^3 , x^2 , x , x^0 .

.....

.....

.....

.....

.....

11. При каких значениях k биквадратное уравнение $x^4 - 36x^2 + 2k = 0$ имеет четыре корня?

.....

.....

.....

Ответ:

12. Решите уравнение $(x+5)(x+6)(x+7)(x+8)=120$.

Решение. Так как $5+8=6+7$, то удобно каждое из произведений $(x+5)(x+8)$ и $(x+6)(x+7)$ заменить многочленом:
и Введём вспомогательную переменную
..... Получим уравнение

Ответ:

13. Один из корней уравнения $x^3 - ax^2 + 6x - 5 = 0$ равен 5. Найдите значение a и остальные корни этого уравнения.

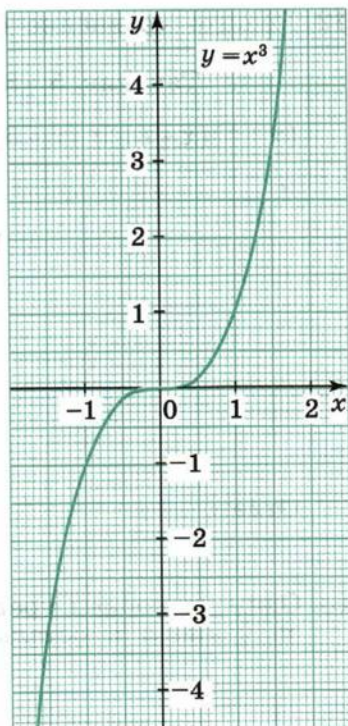
Ответ:

14. Найдите координаты точек, в которых график функции $y = x^4 - 20x^2 + 6$ пересекает: а) ось x ; б) ось y .

Ответ: а)

б)

15. Составьте какое-либо уравнение вида $P(x)=0$, где $P(x)$ — многочлен пятой степени, если известно, что множеством его корней является множество $A = \{-3, -2, 1, 2, 3\}$.



Ответ:

16. С помощью графика функции $y = x^3$ решите уравнение $x^3 - (x - 1,5)^2 = 0$.

x							
y							

Ответ:

17. Найдите координаты точек пересечения графика функции $y = 2ax^3 + 3x^2 - 4x - 12$ с осью x , если известно, что одной из них является точка $(-2; 0)$.

Ответ:

18. При каких значениях p корень уравнения

$$11(x-2) - 8(p+4) = 14x - 5p$$

является отрицательным числом?

.....

.....

.....

Ответ:

19. Найдите все натуральные значения c , при которых уравнение

$$2cx^2 + 7x = x^2 + 3x - 0,5$$

имеет два корня.

.....

.....

.....

Ответ:

11. ДРОБНЫЕ РАЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

I

1. При каких значениях a дроби $\frac{4a-3}{5a+5}$ и $\frac{7-a}{3a+3}$ принимают равные значения?

.....

.....

.....

Ответ:

2. При каких значениях b равно нулю значение дроби $\frac{2b^3 - 8b}{3b + 6}$?

.....
.....

Ответ:

3. Решите уравнение $\frac{6}{3x + 8} = 5x - 1$ и выполните проверку.

.....
.....
.....
.....
.....

Ответ:

4. Решите уравнение $\frac{5a^3 - 20a + 15a^2 - 60}{a^2 - 9} = 0$.

.....
.....
.....
.....

Ответ:

5. Решите уравнение:

$$\frac{8}{x^2-4} - \frac{x}{x-2} = \frac{5}{x+2}; \quad 8 - x(x+2) = 5(x-2); \quad 8 - x^2 - 2x = 5x - 10;$$

$$8 - x^2 - 2x - 5x + 10 = 0; \quad -x^2 - 7x + 18 = 0; \quad x^2 + 7x - 18 = 0;$$

$$D = 49 + 72 = 121, \quad x = \frac{-7 \pm 11}{2}, \quad x_1 = 2, \quad x_2 = -9.$$

Если $x = 2$, то $x^2 - 4 = 0$. Значит, 2 не является корнем исходного уравнения.

Если $x = -9$, то $x^2 - 4 \neq 0$. Значит, -9 — корень уравнения.

Ответ: -9.

а) $\frac{x+11}{x^2-1} - \frac{x-1}{1+x} + 4 = \frac{2x+14}{x+1};$

б) $\frac{2}{y^2-4} + \frac{y-4}{y^2+2y} = \frac{1}{y^2-2y};$

$$\text{в) } \frac{2}{x-3} + \frac{3}{x-2} - \frac{15}{x^2-5x+6} = -\frac{1}{2}.$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ: а) б) в)

6. Найдите координаты точек пересечения графиков функций

$$y = \frac{2x-5}{x-1} \text{ и } y = \frac{5x-3}{3x+5}.$$

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

7. Решите уравнение $\frac{1}{x+4} - \frac{1}{x-4} = \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-5}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

8. Решите уравнение $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-4} = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x-3}$.

Решение. Преобразуем уравнение так, чтобы в левой и правой его частях были записаны разности дробей:

Решим полученное уравнение:

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

9. Решите уравнение $\left(\frac{x-1}{x}\right)^2 = \frac{3x-3}{x} + 4$, обозначив $\frac{x-1}{x}$ через y .

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

II

10. Решите уравнение $x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 4,5\left(x + \frac{1}{x}\right) - 5$. Продолжите решение.

Решение. Введём новую переменную $t = x + \frac{1}{x}$, тогда $t^2 =$

$$= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + 2 + \frac{1}{x^2}; \text{ отсюда } x^2 + \frac{1}{x^2} = t^2 - 2$$

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

11. Решите уравнение, используя введение новой переменной

$$12\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = 56\left(x + \frac{1}{x}\right) - 89.$$

Ответ:

12. Решите уравнение $3x - \frac{3}{x} = x^3 - \frac{1}{x^3}$, используя разложение на множители и введение новой переменной.

Ответ:

13. Не выполняя построения, найдите координаты точек пересечения графиков функций $y = \frac{25}{x}$ и $y = x^2 + x - 25$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

14. Решите уравнение $\frac{x^2 - 8x + 3}{x - 8} - \frac{x^2 + 8x + 1}{x + 8} = -\frac{5}{6}$, используя выделение целой части из дроби.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

15. Решите уравнение $\frac{x^2+4}{x} + \frac{x}{x^2+4} = \frac{17}{4}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

16. Найдите корни уравнения $\frac{x + \frac{2}{x}}{\left(x - 1 + \frac{2}{x}\right)^2} = \frac{3}{4}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

17. Применяя введение новой переменной, решите уравнение:

a) $3x^2 + \frac{3}{x^2} - x - \frac{1}{x} - 24 = 0$; б) $2x^2 + \frac{2}{x^2} = 2 + x + \frac{1}{x}$.

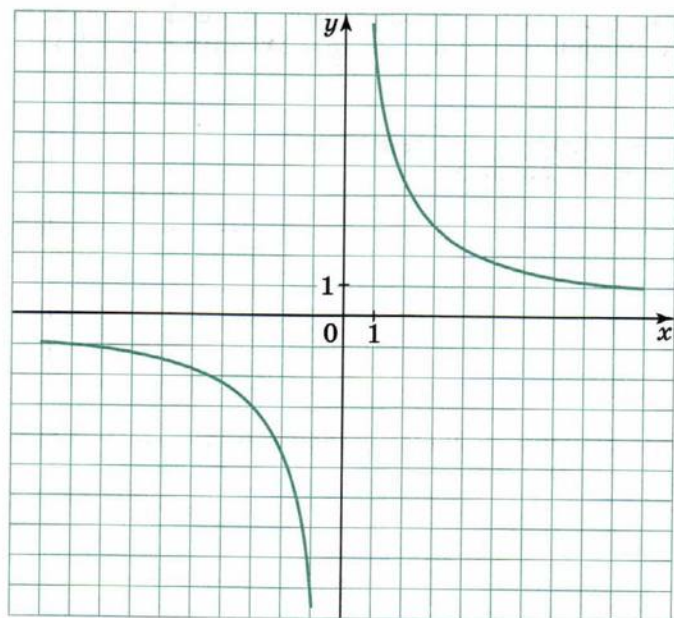
Blank page.

Ответ: а) б)

18. Решите графически уравнение

$$\frac{9}{x} = x^2 + 2x - 8,$$

используя график функции $y = \frac{9}{x}$, изображённый на рисунке.



x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
y									

Ответ:

12. РЕШЕНИЕ НЕРАВЕНСТВ ВТОРОЙ СТЕПЕНИ С ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

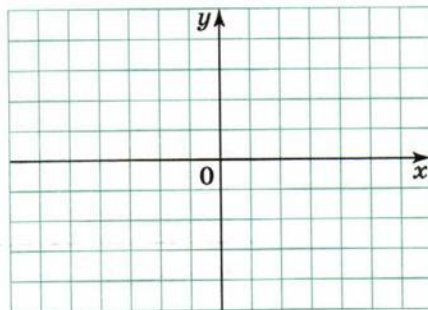
I

1. Решите неравенство:

а) $2x^2 - 9x + 7 > 0$; б) $2x^2 - 9x + 7 < 0$.

Решение. Определим направление ветвей параболы, которая является графиком функции $y = 2x^2 - 9x + 7$. Ветви направлены

Найдём абсциссы точек пересечения графика с осью x :

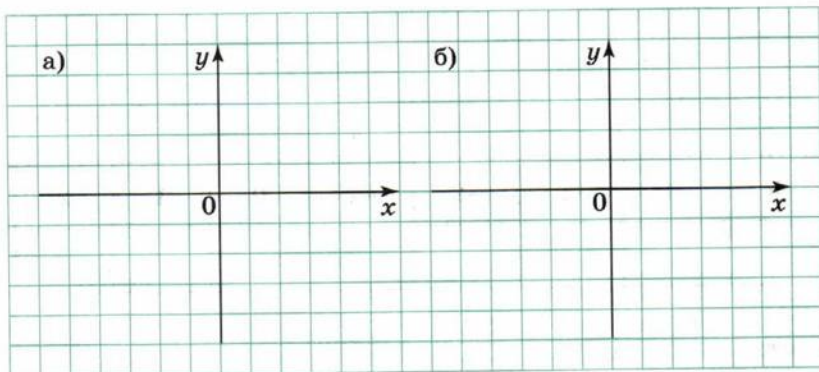


Изобразим параболу схематически и укажем множество решений неравенств:

Ответ: а) б)

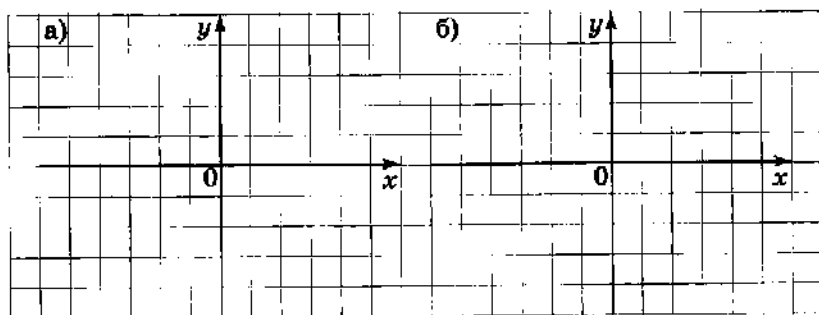
2. Решите неравенство:

а) $3x^2 + 8x + 3 > 0$; б) $x^2 - 19x + 40 < 0$.



5. При каких значениях t верно неравенство:

а) $t^2 \leq 79t$; б) $1,6t^2 \leq 25,6$?



.....

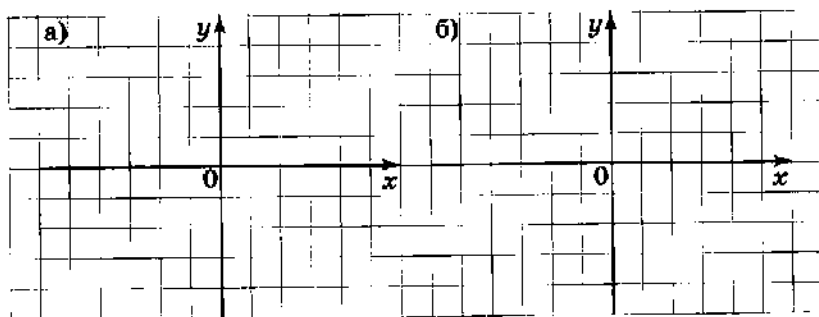
.....

.....

Ответ: а) б)

6. Найдите область определения функции:

а) $y = \sqrt{x^2 + x - 132}$; б) $y = \frac{\sqrt{16x^2 - 1}}{x - 2}$.



.....

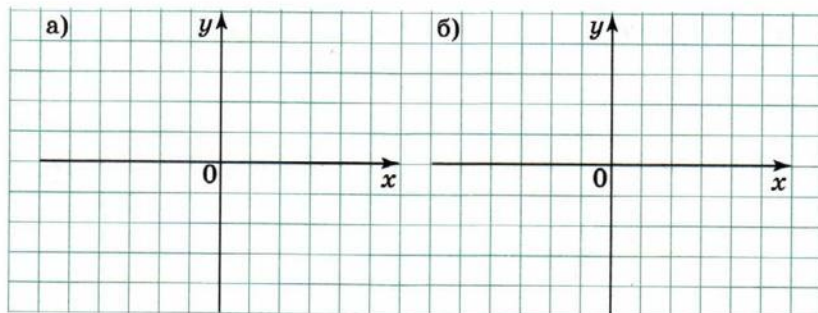
.....

.....

Ответ: а) б)

7. Решите систему неравенств:

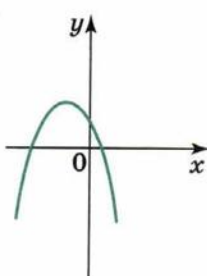
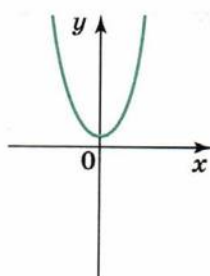
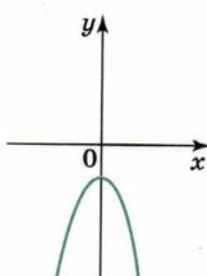
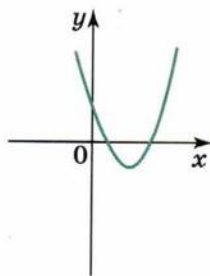
а) $\begin{cases} x^2 - 4x - 32 \leq 0, \\ 0,3x < 1,5; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x^2 \leq 16, \\ 1,2x - 3,6 \leq 0. \end{cases}$



Ответ: а) б)

II

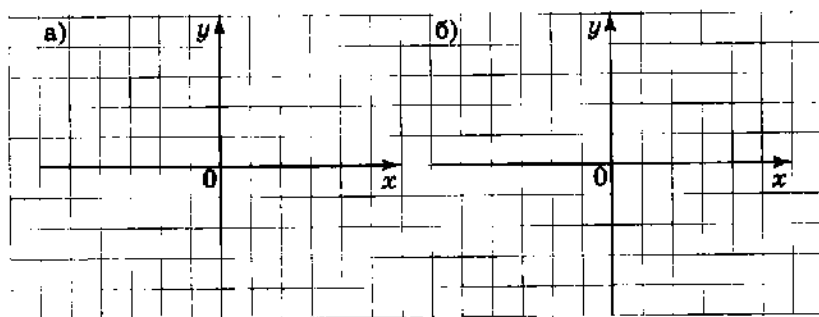
8. На рисунке изображены схематически графики функций $y = x^2 + 11$, $y = -x^2 - 6$, $y = x^2 - 4x + 3$, $y = -x^2 - 3x + 10$. Около каждого графика запишите соответствующую формулу вида $y = f(x)$ и укажите множество решений неравенства $f(x) > 0$.



.....

9. Найдите область определения функции:

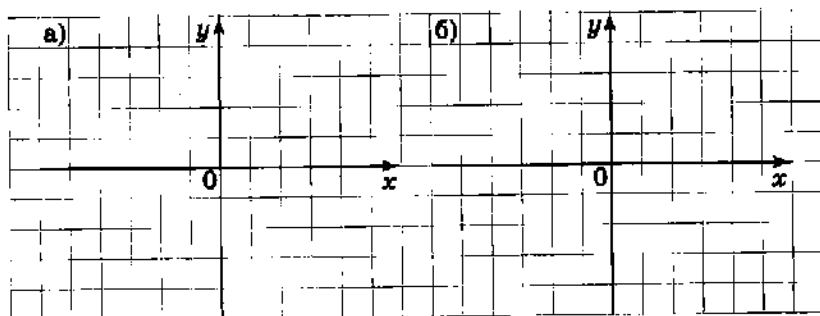
а) $y = \frac{\sqrt{15x^2 + x - 3}}{x - 8}$; б) $y = \frac{\sqrt{x^2 - 36}}{2x + 14}$.



Ответ: а) б)

10. При каких значениях t верно неравенство:

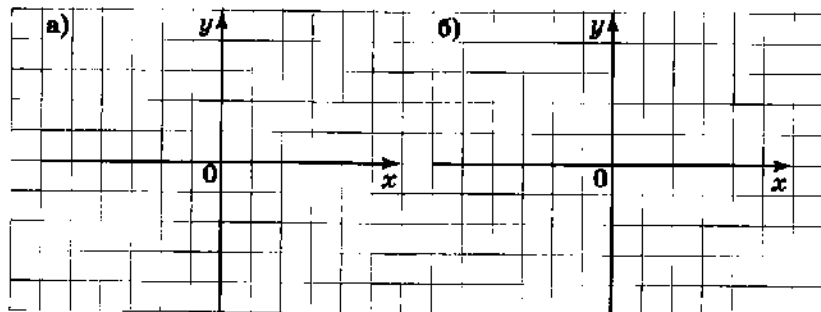
а) $0,5t^2 \leq 81t$; б) $\frac{t^2}{5t + 20} > 0$?



Ответ: а) б)

11. Решите систему неравенств:

а) $\begin{cases} x^2 - 49 \leq 0, \\ 6x + 12 > 3x; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x^2 - 10x \leq -21, \\ 4(x - 1) < 17 - x. \end{cases}$



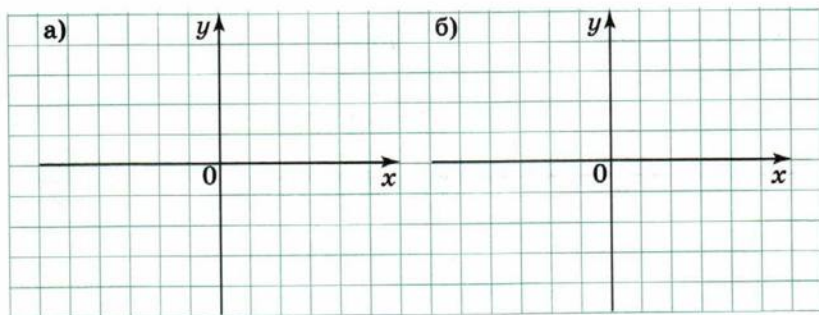
Ответ: а) б)

12. При каких значениях c решением неравенства $x^2 - 6x + c > 0$ является любое число?

Ответ:

13. Найдите область определения функции:

а) $y = \frac{\sqrt{x^2 + 15 - 8x}}{x^2 - 4}$; б) $y = \frac{\sqrt{x^2 - 49}}{x^2 + 7x}$.



Ответ: а) б)

14. Покажите с помощью стрелок, что представляет собой множество решений неравенства.

$x^2 + 16 < 0$

Пустое множество

$x^2 - 5x - 24 > 0$

$x^2 \geq 9$

Числовой промежуток

$0,8x^2 + 3,2 > 0$

$x^2 \leq 64$

Объединение двух числовых промежутков

$2x - x^2 + 6 < 0$

$x^2 - x \leq 1$

Множество всех точек

$x^2 + 4x + 14 \geq 0$

13. РЕШЕНИЕ НЕРАВЕНСТВ МЕТОДОМ ИНТЕРВАЛОВ

I

1. Решите неравенство $(x - 4)(x + 2)(x - 8) < 0$.

Решение. Отметим на координатной прямой нули функции $f(x) = (x - 4)(x + 2)(x - 8)$.

_____→

Укажем знак функции в крайнем справа интервале и определим знаки функции в других интервалах, используя условие чередования знаков. Найдём интервалы, в которых значение произведения $(x - 4)(x + 2)(x - 8)$ отрицательно.

Ответ:

2. При каких значениях t произведение $(t + 8)(t + 7)t(t - 1)$ принимает положительное значение?

_____→

.....
.....
.....

Ответ:

3. Решите неравенство, используя метод интервалов:

а) $x(9 - x)(x + 16)(24 + x) > 0$; б) $-(2 - x)(4 + x)(x - 11) > 0$.

а)

б)

_____→

_____→

.....
.....
.....
.....

Ответ: а) б)

4. При каких значениях p произведение $(p-1)(12-2p)p$ принимает отрицательное значение?

_____→

.....

Ответ:

5. Найдите область определения функции:

а) $y = \sqrt{(x-15)(17-x)}$;

б) $y = \sqrt{(2x-x^2)(x+11)}$.

а)

б)

_____→

_____→

.....

Ответ: а) б)

6. Воспользовавшись тем, что знак дроби $\frac{a}{b}$ совпадает со знаком произведения ab , решите неравенство:

а) $\frac{x+1}{x-11} > 0$;

б) $\frac{7x+14}{x+1} < 0$.

а)

б)

_____→

_____→

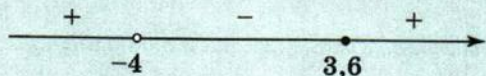
.....

Ответ: а) б)

7. Решите неравенство:

$$\frac{8t-6}{t+4} \leq 3; \quad \frac{8t-6}{t+4} - 3 \leq 0; \quad \frac{8t-6-3t-12}{t+4} \leq 0; \quad \frac{5t-18}{t+4} \leq 0;$$

$$\begin{cases} (5t-18)(t+4) \leq 0, \\ t+4 \neq 0; \end{cases} \quad \begin{cases} 5(t-3,6)(t+4) \leq 0, \\ t+4 \neq 0; \end{cases} \quad \begin{cases} (t-3,6)(t+4) \leq 0, \\ t \neq -4. \end{cases}$$



Так как $t \neq -4$, то искомое множество решений: $(-4; 3,6]$.

а) $\frac{2t+1}{t-2} < 1;$

б) $\frac{t}{11+t} \geq 2.$

а)

б)

_____→

_____→

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ: а) б)

8. Решая неравенство $\frac{3x-1}{4x+2} \geq 0$, ученик заменил его неравенством $(3x-1)(4x+2) \geq 0$, ссылаясь на то, что эти неравенства равносильны. Прав ли он? Ответ обоснуйте.

.....

.....

.....

9. Верно ли, что:

а) неравенство $(x^2 + 13)(x - 3)(x + 4) > 0$ равносильно неравенству $(x - 3)(x + 4) > 0$;

б) неравенство $(x - 6)^2(2x - 3)(x + 8) > 0$ равносильно неравенству $(2x - 3)(x + 8) > 0$?

Запишите ответ и обоснуйте его.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

10. Найдите множество решений неравенства:

а) $\frac{(p - 2)(p^2 + 11)(p^2 - 8p)}{2p - 14} < 0$;

б) $\frac{(6p + 1)(p^4 + 4)(p^2 - p)}{6p^2 - 24} > 0$.

а)



б)



.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ: а) б)

11. Найдите область определения функции:

а) $y = \sqrt{\frac{x^3 - 5x^2 + 6x}{x^2 - 16}};$

б) $y = \sqrt{\frac{x^3 + 4x^2 + 4x}{x - 1}}.$

а)



б)



Ответ: а) б)

12. Решите неравенство $\frac{x^3 + 5x^2 - 5 - x}{x^3 - 4x^2 - 4 + x} > 0.$



Ответ:

13. Найдите наибольшее целое число, удовлетворяющее неравенству $\frac{x^4 - 3x^3 - 8x + 24}{6 - x} > 0$.



Ответ:

14. Найдите при каких значениях x значения дроби $\frac{6x-1}{4x+3}$ принадлежат промежутку $[1; 8]$.

Решение. Решим двойное неравенство:

Представим его в виде системы неравенств:

$$\left\{ \begin{array}{l} \\ \end{array} \right.$$

Решим каждое из неравенств:

.....

.....

.....

Найдём пересечение полученных множеств:



.....

.....

Ответ:

Содержание

Предисловие	3
Глава I. Квадратичная функция	4
1. Функция. Область определения и область значений функции	—
2. Свойства функций	10
3. Квадратный трёхчлен и его корни	16
4. Разложение квадратного трёхчлена на множители	23
5. Функция $y = ax^2$, её график и свойства	29
6. Графики функций $y = ax^2 + n$ и $y = a(x - t)^2$	33
7. Построение графика квадратичной функции	36
8. Функция $y = x^n$	41
9. Корень n -й степени	44
Глава II. Уравнения и неравенства	
с одной переменной	49
10. Целое уравнение и его корни	—
11. Дробные рациональные уравнения	55
12. Решение неравенств второй степени	
с одной переменной	66
13. Решение неравенств методом интервалов	73

Учебное издание
Миндюк Нора Григорьевна
Шлыкова Инга Соломоновна
АЛГЕБРА

Рабочая тетрадь
9 класс

Пособие для учащихся общеобразовательных организаций
В двух частях

Часть 1

Зав. редакцией *Т. А. Бурмистрова*
Редактор *Т. Г. Войлокова*
Младший редактор *Е. А. Андреевкова*
Художественный редактор *О. П. Богомолова*
Компьютерная графика *М. Е. Савельевой*
Технический редактор и верстальщик *Т. М. Якутович*
Корректоры *Л. С. Александрова, Т. А. Лебедева*

Налоговая льгота — Общероссийский классификатор продукции ОК 005-93—953000. Изд. лиц. Серия ИД № 05824 от 12.09.01. Подписано в печать 13.06.13. Формат 70 × 90^{1/16}. Бумага офсетная. Гарнитура SchoolBookC SP. Печать офсетная. Уч.-изд. л. 1,98. Доп. тираж 7000 экз. Заказ № 37526 (П-80).

Открытое акционерное общество «Издательство «Просвещение».
127521, Москва, 3-й проезд Марьиной рощи, 41.

Отпечатано в филиале «Смоленский полиграфический комбинат»
ОАО «Издательство «Высшая школа».
214020, Смоленск, ул. Смольянинова, 1.
Тел.: +7 (4812) 31-11-96. Факс: +7 (4812) 31-31-70
E-mail: spk@smolpk.ru <http://www.smolpk.ru>